

Incrementar la fiabilidad de los puentes mixtos reduciendo acero. Ductilidad *vs.* fragilidad

PETER TANNER

Ing. Tit. ETH/SIA, Ing. de CCyP

Instituto de Ciencias de la Construcción,

IETcc-CSIC

Serrano Galvache, s/n.

28033 Madrid

España

JUAN LUIS BELLOD

Ing. de CCyP

CESMA ingenieros S.L.

Villa de Marín, 6. Local 4

28029 Madrid

España

1. Introducción

1.1. Motivación

Las ventajas que, desde el punto de vista de la seguridad estructural, presentan los puentes hiperestáticos frente a los isostáticos, son bien conocidas cualitativamente. Sin embargo, no abundan las investigaciones sistemáticas sobre la influencia del sistema estático de la estructura y de su comportamiento en la fiabilidad estructural, y en la práctica diaria esta influencia no se suele tener en cuenta. Los métodos de verificación de la seguridad estructural están basados, normalmente, en un análisis independiente de los efectos de las acciones y de la respuesta estructural. El fallo de una sección transversal se suele asimilar al fallo de la estructura en su conjunto. Esta manera de proceder no permite tener en cuenta explícitamente la interacción entre los efectos de las acciones y la respuesta de una estructura. En otras palabras, las posibles redistribuciones de los esfuerzos no se tienen adecuadamente en cuenta.

Este enfoque se puede considerar como una herencia de los métodos de dimensionamiento basados en el concepto de las *tensiones admisibles*. Particularmente en el caso de los puentes mixtos, los métodos de dimensionamiento actuales conllevan en la mayoría de los casos prácticos la aplicación de la teoría elástica. Efectivamente, siguiendo el enfoque de las normas en vigor, los puentes con secciones esbeltas requieren un análisis elástico, tanto de las sollicitaciones como de la resistencia. Si una sección transversal presenta un comportamiento elástico, tal y como se asume según el método de análisis empleado, su modo de fallo puede ser frágil (Fig. 1a): después de haber alcanzado la resistencia máxima (por ejemplo frente a un momento flector, M), ésta disminuye drásticamente con el incremento de las deformaciones (curvaturas, χ , en el caso de una sollicitación por flexión). Este comportamiento potencialmente frágil se debe a diferentes fenómenos de inestabilidad que se pueden producir en los elementos comprimidos de acero y, en los puentes mixtos habituales, afecta en primer lugar a las secciones en las zonas de

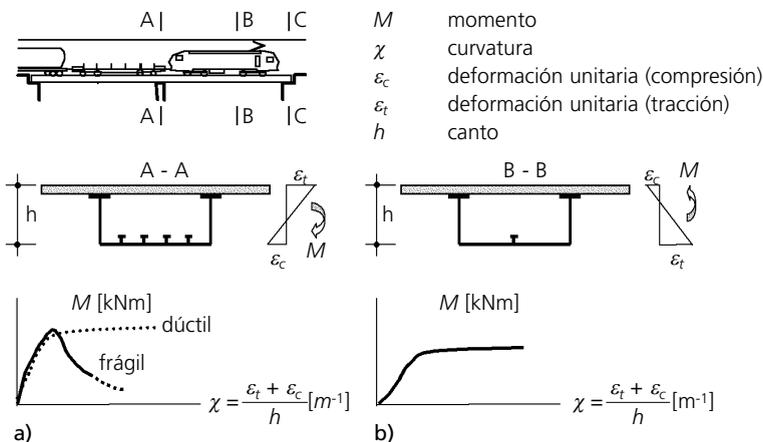


Fig. 1. Representación esquemática de un puente mixto tipo cajón. Secciones transversales representativas con su comportamiento en términos de diagramas momento-curvatura, M - χ ; a) en apoyo (sección A-A); b) en el vano (sección B-B)

momentos negativos. Las secciones mixtas en el vano, por otro lado, presentan normalmente una gran capacidad de deformación (rotación), manteniendo el valor máximo de la resistencia. Se trata de secciones dúctiles (Fig. 1b).

La fiabilidad de un sistema depende fuertemente de su comportamiento, dúctil o frágil. Considerando el puente de la figura 1, se asume en primer lugar un comportamiento frágil de la sección de apoyo A-A. Después de su posible fallo, la sección se convierte en inactiva (la resistencia frente al momento desaparece), lo que conduce a un cambio sustancial del sistema estático, con la subsiguiente redistribución de los momentos flectores hacia el vano. Normalmente, la sección B-B no tendrá una resistencia suficiente para la sollicitación resultante, por lo que fallará inmediatamente. Se habla de un colapso progresivo, característico para los sistemas frágiles. Por este motivo, la hipótesis arriba mencionada, según la cual el fallo de una sección equivale al fallo de la estructura parece razonable en el caso de sistemas frágiles. La situación cambia radicalmente si la sección A-A tiene un comportamiento dúctil. Después de alcanzar su resistencia última, la sección se mantiene activa y el colapso de la estructura no se produce hasta que no se alcance la resistencia última en alguna de las secciones del vano.

Parece evidente —por lo menos intuitivamente— que la fiabilidad de un sistema con un comportamiento frágil es significativamente inferior a la fiabilidad de un sistema análogo, pero con un comportamiento dúctil. La incidencia del modo de fallo es aún mayor, teniendo en cuenta que el comportamiento de estructuras frágiles puede resultar muy sensible frente a las incertidumbres de los efectos de las acciones tales como la fluencia, la retracción, la temperatura, los asentamientos diferenciales o los sismos, de forma que su colapso se puede producir repentinamente, sin aviso previo. Por todos estos motivos, existe la necesidad de un método de dimensionamiento de puentes mixtos que permita evitar que se proyecten y construyan estructuras frágiles. Además, este método no debería resultar sensiblemente más laborioso que los actuales. La virtud principal de estos métodos reside precisamente en su sencillez, ya que se basan en un análisis independiente de los efectos de las acciones y de la respuesta estructural, lo que evita la necesidad de efectuar análisis no lineales que permiten tener explícitamente en cuenta el comportamiento de una estructura, pero que resultan inviables para la práctica diaria.

Los conceptos de seguridad correspondientes a los métodos de análisis que están actualmente en vigor se han establecido para una verificación de la seguridad estructural a nivel de las secciones transversales. Este enfoque no tiene en cuenta el modo de fallo, dúctil o frágil, por lo que los resultados obtenidos —en términos de la fiabilidad estructural— no pueden ser uniformes en el caso de los puentes hiperestáticos. Debido a que sólo en estructuras frágiles el fallo de una sección equivale, aproximadamente, al fallo del sistema completo, los actuales conceptos de seguridad conducen a resultados conservadores en el caso de estructuras dúctiles. Un nuevo método que permita el dimensionamiento de puentes mixtos con un comportamiento dúctil requiere, por tanto, la elaboración de un concepto de seguridad adecuado que tenga en cuenta los beneficios de su comportamiento.

1.2. Organización del trabajo

El apartado 2 de la contribución cubre algunos principios básicos de la teoría de la fiabilidad aplicada a las estructuras, incluyendo también nociones sobre la fiabilidad de sistemas. En el apartado 3 se emplean estos principios con el fin de evaluar la fiabilidad de los puentes mixtos. A través de un ejemplo se estudia la importancia del comportamiento estructural, dúctil o frágil, para la fiabilidad de un puente, considerándolo como sistema. En el apartado 4 se hace referencia a un método de dimensionamiento para los puentes mixtos que, por un lado, permite un análisis independiente de las sollicitaciones y de la resistencia y, por otro lado, constituye una herramienta para asegurar un comportamiento dúctil de las estructuras. Se incluyen algunas reflexiones sobre el desarrollo de un concepto de seguridad compatible con este método. El apartado 5, finalmente, resalta las ventajas del método propuesto e identifica campos para trabajos futuros.

2. Conceptos probabilistas

2.1. Visión global

Muchos problemas de ingeniería se pueden describir comparando dos valores. El primero representa en cierto modo una sollicitación o un efecto de una acción (variable E, por ejemplo el caudal de un río, o un

momento flector), mientras que el segundo es la correspondiente capacidad o resistencia (variable R , por ejemplo la capacidad del cauce de un río, o la resistencia a flexión). Para que el sistema considerado no falle, el valor de la variable R tendrá que ser por lo menos igual que el de la variable E . Formalmente, esta exigencia se representa a través de la condición

$$R - E \geq 0 \quad (1)$$

Las variables básicas, R y E , están asociadas con incertidumbres, por lo que la seguridad del sistema no se puede expresar determinísticamente, sino por ejemplo en términos de la fiabilidad o de la probabilidad de fallo. A partir de la condición (1), la probabilidad de fallo de un sistema se puede entender como la probabilidad de que E sea superior a R .

El análisis probabilista de la seguridad estructural se puede llevar a cabo utilizando métodos analíticos o numéricos. Los métodos analíticos estiman la fiabilidad a partir de un punto determinado de la superficie de estado límite. De esta manera no se considera la forma exacta de dicha superficie y, por tanto, no se considera el volumen de la zona de fallo. Ejemplos de métodos analíticos son el método *First Order Second Moment* (FORM) [Hasofer 1974] y el método *Second Order Reliability Method* (SORM) [Madsen 1985]. Los métodos numéricos permiten considerar el volumen de la zona de fallo, limitado por la superficie de estado límite. Métodos numéricos son, por ejemplo, la integración numérica o el método iterativo *Fast Monte Carlo* [Schuëller 1989]. Los métodos numéricos se denominan exactos debido a que no se basan en un estimador representado por un punto como en el caso de los métodos analíticos. A pesar de proporcionar estimaciones de los errores debidos a su carácter numérico, en la mayoría de los casos los métodos numéricos sólo pueden ser usados para estimar la probabilidad de fallo. Una comparación de la eficacia y de la precisión de algunos de estos métodos se encuentra en [Schuëller 1987]. En el marco del presente estudio se han empleado métodos numéricos (apartado 3.4).

2.2. Seguridad estructural

2.2.1. Verificación con métodos probabilistas explícitos

A partir de la condición (1) se puede definir la denominada función límite G (2), por lo que la probabilidad de fallo quedaría definida como la probabilidad de que G sea inferior a cero.

$$G = R - E \quad (2)$$

En problemas reales, una función límite suele ser más compleja debido a que ambas variables, R y E , normalmente son funciones de otras variables básicas, X_i . Formalmente, la probabilidad de fallo se puede expresar de la siguiente manera

$$p_f = p \{G(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0\} \quad (3)$$

La verificación de una condición de seguridad de un sistema técnico, por ejemplo de un puente, implica por ello la determinación de las funciones de densidad de probabilidad que representan las incertidumbres asociadas con las variables básicas, X_i . Basado en estas distribuciones, la probabilidad de fallo se puede determinar mediante cualquiera de las técnicas de fiabilidad mencionadas en 2.1. Independientemente de la aplicación de un método u otro, la condición de seguridad se expresa formalmente según la relación (4), donde $p_{f,adm}$ representa el valor aceptable de la probabilidad de fallo

$$p_f \leq p_{f,adm} \quad (4)$$

La dificultad reside en saber qué probabilidad de fallo se puede aceptar para poder considerar que un puente sea fiable. Existen diferentes enfoques destinados a resolver este problema [Vrouwenvelder 2001]. De momento se supone simplemente que el valor aceptable sea conocido. Esta problemática se retoma en 4.2, donde se resume el enfoque propuesto en el marco del presente trabajo.

2.2.2. Verificación con métodos probabilistas implícitos

Los métodos probabilistas explícitos posiblemente resulten poco adecuados a efectos de una aplicación en la práctica diaria. Por este motivo, la mayoría de los códigos estructurales, por ejemplo también los relativos al

dimensionamiento de los puentes metálicos y mixtos [RPM-95 1996], [RPX-95 1996], [ENV 1993-2 1997] y [ENV 1994-2 1997] están basados en los denominados métodos semiprobabilistas, o métodos probabilistas implícitos.

El objetivo de una verificación de la seguridad estructural mediante métodos semiprobabilistas de cálculo consiste en asegurar que, con una probabilidad adecuada, los efectos de las acciones estén por debajo de la capacidad resistente correspondiente. Con este fin se usan valores nominales para las variables básicas y coeficientes parciales. Los valores nominales y los coeficientes parciales se determinan de manera que, para un número determinado de casos, el valor de las variables básicas corresponda al valor de dimensionamiento que tendrían en un análisis probabilista. La relación entre los conceptos probabilista y semiprobabilista queda por ello establecida a través del punto de dimensionamiento que, de todos los posibles puntos de rotura de una estructura que forman la superficie correspondiente a un estado límite, es el más probable. La relación entre el punto de dimensionamiento, el coeficiente parcial y el valor nominal de una variable queda establecida por la relación:

$$X^* = X_d = \gamma_x \cdot X_{nom} \tag{5}$$

- X^* valor de la variable básica en el punto de dimensionamiento en un análisis probabilista
- X_d valor de la variable básica en el punto de dimensionamiento en un análisis semiprobabilista (valor de cálculo de la variable básica)
- γ_x coeficiente parcial
- X_{nom} valor nominal de la variable básica

La función límite es la misma para ambos métodos, probabilista y semiprobabilista, siendo la única diferencia la representación de las variables. Los coeficientes parciales que se introducen en un análisis semiprobabilista se les atribuyen individualmente a las distintas variables de la función límite. Sus valores numéricos varían dependiendo de las incertidumbres asociadas con la variable correspondiente, y con su importancia relativa dentro de la función límite. Por este motivo, los modelos semiprobabilistas para las acciones y la resistencia se deben calibrar sobre la base de un análisis probabilista.

En términos generales, a efectos de una verificación semiprobabilista de la seguridad estructural, la función límite (1) se puede expresar de la siguiente manera

$$E_d = \gamma_E \cdot E_{nom} \leq R_d = \frac{R_{nom}}{\gamma_R} \tag{6}$$

- E_d valor de cálculo de la variable E
- R_d valor de cálculo de la variable R
- E_{nom}, R_{nom} valor nominal de las variables E y R , respectivamente
- γ_E, γ_R coeficiente parcial para las variables E y R , respectivamente.

2.3. Fiabilidad de sistemas

2.3.1. Consideraciones de carácter general

La probabilidad de fallo, p_f , a la que se hace referencia en apartados anteriores, caracteriza, normalmente, sólo la fiabilidad de un elemento de todo un sistema y, además, lo hace para una determinada disposición de las cargas. No obstante, cada sistema está compuesto por un cierto número de elementos cuyo fallo, aislado o en combinación con el fallo de otros elementos, puede conducir al fallo del sistema. Además, diferentes mecanismos pueden estar en el origen de un fallo (incluso una viga biapoyada puede fallar por flexión, por cortante, etc.), y la mayoría de los sistemas pueden estar sometidos a muchas disposiciones distintas de las cargas. En el caso de sistemas hiperestáticos, hace falta una combinación de fallos de distintos elementos para que falle el sistema.

Por todos estos motivos, resulta imprescindible extender las anteriores consideraciones a la fiabilidad de los sistemas. La evaluación de la fiabilidad de sistemas estructurales requiere la consideración de modos de fallo múltiples (representados por los correspondientes estados límite) que, además, pueden estar relacionados entre ellos.

Definiciones

Un sistema se puede representar esquemáticamente utilizando recuadros para los elementos, unidos mediante líneas. La entrada y la salida se marcan mediante flechas (Figs. 2-4). Los diagramas resultantes se deben interpretar más bien como modelos lógicos y no como modelos físicos.

Para representar la probabilidad de fallo, p_f y la fiabilidad, z (*Zuverlässigkeit*), de un elemento aislado se emplean letras minúsculas. Si al contrario nos referimos a la probabilidad de fallo y a la fiabilidad de sistemas, se emplean letras mayúsculas, P_f y Z , respectivamente. Entre probabilidad de fallo y fiabilidad existe la siguiente relación

$$z = 1 - p_f; p_f = 1 - z \rightarrow \text{elemento} \tag{7a}$$

$$Z = 1 - P_f; P_f = 1 - Z \rightarrow \text{sistema} \tag{7b}$$

En el marco del presente trabajo, se entiende como fallo de un sistema estructural la formación de un mecanismo. En el caso de estructuras hiperestáticas, eso significa que dos o más elementos deben fallar simultáneamente para que falle el sistema.

2.3.2. *Idealizaciones*

Sistemas en serie

En caso de que, desde su punto de vista funcional, los elementos que componen un sistema estén dispuestos en cadena, se trata de un *sistema en serie* (Fig. 2). En un sistema de este tipo, el fallo de un elemento conduce al fallo del sistema. El elemento menos fiable es predominante desde el punto de vista de la fiabilidad del sistema. En el campo de las estructuras, los sistemas isostáticos conforman sistemas en serie: el fallo de un apoyo o de una sección conduce al fallo de todo el sistema.

La fiabilidad de un sistema en serie equivale a la probabilidad de que no falle ninguno de sus m elementos. Obviamente, la probabilidad de fallo de un sistema en serie crece con el número de elementos y suele ser superior a la probabilidad de fallo del elemento menos fiable. Sólo en caso de que exista una correlación perfecta entre los elementos de un sistema en serie (por ejemplo, fabricación del mismo material, por el mismo fabricante, etc.), la probabilidad de fallo del sistema equivale a la probabilidad de fallo del elemento menos fiable, $[p_{fi}]_{\max}$. En definitiva, la probabilidad de fallo de un sistema en serie se puede acotar según se indica en la siguiente relación [Melchers 1987]

$$[p_{fi}]_{\max} \leq P_f < \sum_{i=1}^m p_{fi} \tag{8}$$

Sistemas en paralelo

Sistemas en los que alguno o algunos de sus elementos pueden fallar sin que se produzca su colapso total, se denominan *sistemas en paralelo*. Se trata de un paralelismo desde un punto de vista funcional de los elemen-

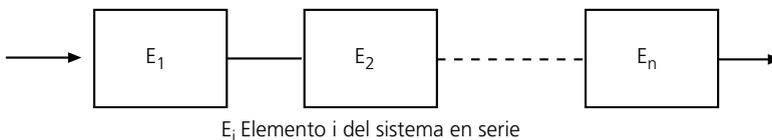
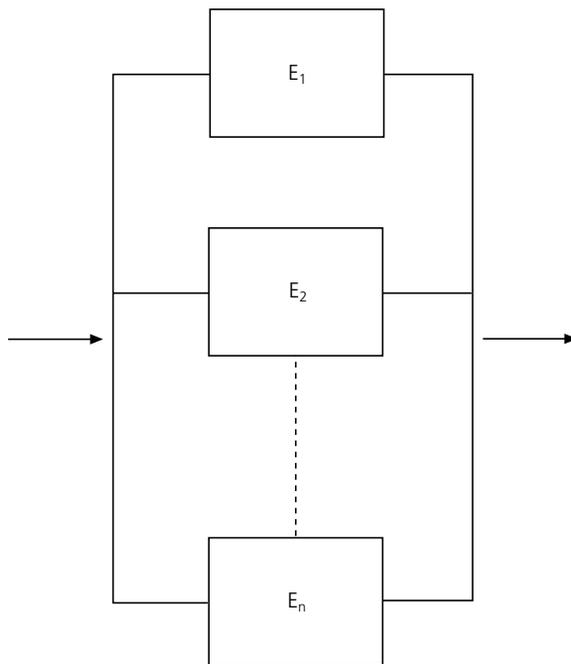


Fig. 2. Representación esquemática de un sistema en serie



E_i Elemento i del sistema en paralelo

Fig. 3. Representación esquemática de un sistema en paralelo

tos (Fig. 3). El fallo de un sistema en paralelo requiere el fallo simultáneo de todos sus elementos. Por tanto, la probabilidad de fallo de un sistema en paralelo disminuye con el número de elementos. En caso de correlación completa entre los elementos, la probabilidad de fallo de un sistema en paralelo no puede ser mayor que la probabilidad de fallo del elemento más fiable, $[p_{fi}]_{\min}$. Por estos motivos, la probabilidad de fallo de un sistema en paralelo está comprendida entre los límites indicados en la relación (9), tomada de [Melchers 1987]

$$\prod_{i=1}^n p_{fi} \leq P_f \leq [p_{fi}]_{\min} \tag{9}$$

Sistemas mixtos

Por regla general, los sistemas reales son *sistemas mixtos* con ramas en serie conteniendo elementos en paralelo. La probabilidad de fallo de sistemas mixtos se obtiene, en la práctica, mediante una reducción paso a paso del sistema total a subsistemas compuestos por elementos en serie o en paralelo. A estos efectos, también se debe tener en cuenta que el fallo de un elemento independiente puede afectar a la probabilidad de fallo de otros elementos o de grupos de elementos (eventos condicionados).

Sistemas estructurales

Sistemas estructurales pueden fallar debido a diferentes mecanismos. Por este motivo, una estructura se puede entender como un sistema con elementos en serie, en el que cada uno de estos elementos caracteriza uno de los posibles mecanismos de fallo (*failure path*). En sistemas hiperestáticos, algunos de estos mecanismos pueden tener el carácter de un sistema en paralelo (Fig. 4). Además, los elementos que caracterizan un determinado mecanismo de fallo pueden presentar una mayor o menor dependencia estadística

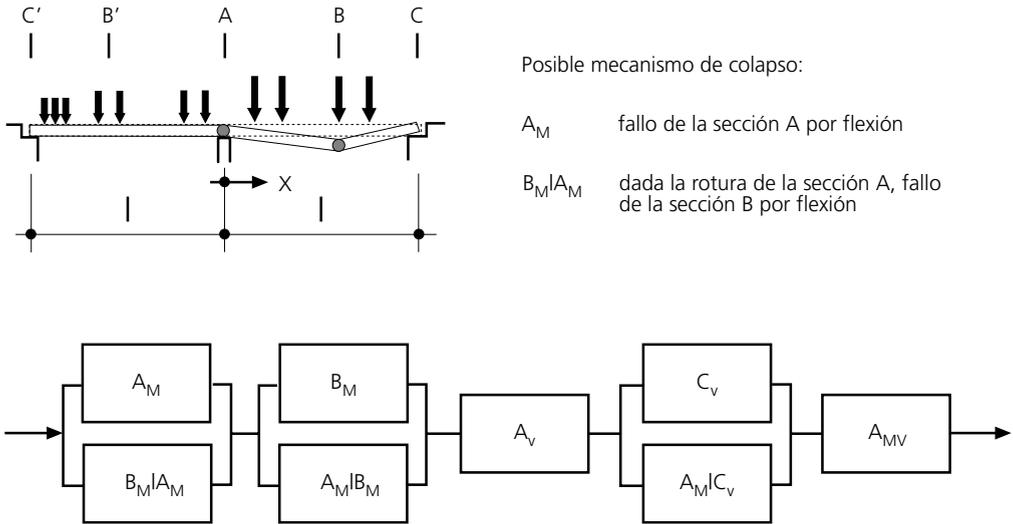


Fig. 4. Puente hiperestático de dos vanos iguales y representación esquemática de los principales mecanismos de fallo

ca, ya que contienen características (variables) en común. La determinación de probabilidades de fallo de sistemas estructurales resulta, por todos estos motivos, todo menos fácil y, generalmente, sólo se pueden estimar valores aproximados.

2.3.3. Ejemplo

A título de ejemplo se contempla el puente continuo de dos vanos iguales de la figura 4. Para simplificar las consideraciones, se adoptan una serie de hipótesis:

- Se consideran únicamente las cargas verticales (peso propio de la estructura, cargas permanentes, cargas del tráfico —carretera o ferrocarril—).
- Teniendo en cuenta la simetría del sistema, se considera el sistema parcial A-B-C.
- Debido a que, en caso de un fallo estructural, las deformaciones se producen en secciones o zonas de una extensión limitada, se contemplan la sección de apoyo intermedio, A, la sección de vano, B, y la sección de apoyo lateral, C.

Bajo estas hipótesis, se pueden identificar los principales modos de fallo (mecanismos de colapso) del sistema parcial:

1. Fallo de la sección A por alcance del momento último, A_M . Dada la rotura de la sección A, fallo de la sección B por alcance del momento último, B_M .
2. Fallo de la sección B por alcance del momento último, B_M . Dada la rotura de la sección B, fallo de la sección A por alcance del momento último, A_M .
3. Fallo de la sección A por alcance del esfuerzo cortante último, A_V .
4. Fallo de la sección C por alcance del esfuerzo cortante último, C_V . Dada la rotura de la sección C, fallo de la sección A por alcance del momento último, A_M .
5. Fallo de la sección A por interacción momento flector-esfuerzo cortante, A_{MV} .

Estos mecanismos de fallo se representan esquemáticamente en la figura 4, formando un sistema mixto según la anterior descripción. Sin tener en cuenta el grado de correlación existente entre los elementos formando el sistema, la probabilidad de fallo del sistema parcial A-B-C, $P_{f,A-B-C}$ se obtiene estimando conservadoramente la probabilidad de fallo de los subsistemas en paralelo según la relación (9), y la probabilidad de fallo de estos subsistemas en serie según la relación (8)

$$P_{f,A-B-C} = p_f(A_M) + p_f(B_M) + p_f(A_V) + p_f(C_V) + p_f(A_{MV}) \tag{10}$$

donde por ejemplo (A_M) indica el mecanismo de rotura iniciado por el alcance del momento último en la sección A (en analogía, los demás mecanismos). Finalmente, teniendo en cuenta la simetría del sistema, se estima para la probabilidad de fallo del puente

$$P_f \approx 2 \cdot P_{f,A-B-C} \tag{11}$$

3. Evaluación de la fiabilidad de puentes mixtos

3.1. Introducción

El objetivo del presente apartado consiste en establecer las bases para el desarrollo de un método de dimensionamiento de puentes mixtos que permita tener en cuenta su comportamiento, dúctil o frágil. A estos efectos, se utilizan las reglas contenidas en las recomendaciones [RPX-95 1996] para el cálculo elasto-plástico de la resistencia de secciones mixtas. Partiendo de estas reglas, cuyas ideas principales se describen en [Tanner 1998] y [Tanner 1997], se establecen en primer lugar las funciones límite necesarias para los análisis de fiabilidad. Debido a que la problemática del comportamiento estructural, dúctil o frágil, interesa normalmente en el contexto de los mecanismos de colapso inducidos por momentos flectores, el análisis se centra particularmente en estos modos de fallo (n.º 1 y 2 según el ejemplo de 2.3.3). Las funciones límite deben reflejar los mecanismos de fallo de los puentes mixtos considerados como sistema, teniendo en cuenta las posibles redistribuciones de los esfuerzos. Con este fin se asume, tal y como se ha mencionado ya en 2.3.3, que en caso de un fallo, las deformaciones se produzcan en unas zonas relativamente restringidas de una estructura. Esta hipótesis queda avalada por la observación de los mecanismos de fallo tanto de estructuras reales, como de probetas en ensayos de laboratorio.

Con el fin de facilitar la comprensión, el desarrollo de las funciones límite se centra en un ejemplo determinado. No obstante, la extrapolación a otros sistemas, aunque laboriosa, sería inmediata. En el presente apartado se recopilan, además, las características probabilistas de las variables básicas que intervienen en las funciones límite. Finalmente, se presentan un ejemplo numérico utilizando los métodos probabilistas según el apartado 2, así como las principales conclusiones del apartado.

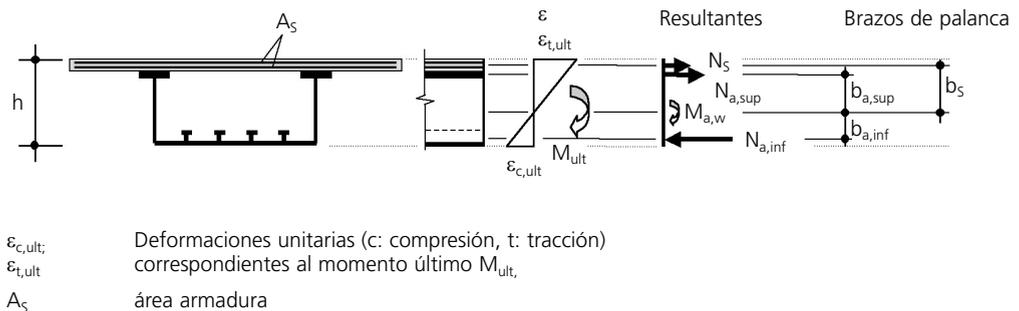


Fig. 5. Sección mixta tipo cajón en apoyo intermedio y definición de variables de resistencia

3.2. Funciones límite

Las funciones límite que se emplean en los análisis probabilista del presente trabajo se deducen de las reglas de las recomendaciones [RPX-95 1996] para un cálculo elastoplástico de la resistencia de las secciones tipo cajón de puentes mixtos. De manera explícita, se considera el primero de los mecanismos de fallo identificados para el ejemplo de 2.3.3.

Para la rotura por flexión de la sección de apoyo intermedio A (Fig. 4), la FL (2) se convierte en (para notaciones véase también la figura 5)

$$G_{AM} = \left(\frac{-1}{m_N} \cdot N_{Aa,inf} \cdot b_{Aa,inf} + N_{Aa,sup} \cdot b_{Aa,sup} + N_{As} \cdot b_{As} + M_{Aa,w} \right) - (M_{Aa} + M_{Ac} + M_{Ap} + M_{Aq}) = 0 \quad (12)$$

M_{Ai} valor absoluto del momento flector en la sección de apoyo intermedio, A, debido a peso propio del acero ($i = a$), peso propio del hormigón ($i = c$), cargas permanentes ($i = p$), cargas del tráfico ($i = q$)

$N_{Aa,inf}$ fuerza en el ala comprimida correspondiente al momento último, M_{ult}

$N_{Aa,sup}$ fuerza en el ala traccionada correspondiente al momento último, M_{ult}

N_{As} fuerza en la armadura longitudinal correspondiente al momento último, M_{ult}

$M_{Aa,w}$ contribución de las almas al momento último, M_{ult}

$b_{Aa,inf}$, $b_{Aa,sup}$, b_{As} brazos de palanca

m_N variable del modelo para la resistencia del ala comprimida

La variable del modelo para la resistencia de alas rigidizadas comprimidas tiene en cuenta las incertidumbres inherentes al modelo empírico de [RPX-95 1996] (véase 3.3.3).

Para la determinación de la FL para la rotura de la sección de vano por flexión, dado el fallo de la sección de apoyo intermedio, G_{BMAA} es necesario adoptar una hipótesis sobre la posición de la sección B. Parece razonable asumir, para el sistema estático de la figura 4, que el fallo en el vano se produzca en la sección situada en $x = 0,6 \cdot l$. En caso de que la capacidad resistente de la sección A después de su fallo sea $M_{R,A}$, el momento flector en B se puede expresar, por razones de equilibrio, en los siguientes términos generales

$$M_B \cong 0,4 \cdot M_{A,el} + M_{B,el} - 0,4 \cdot M_{R,A} \quad (13)$$

M_B valor absoluto del momento flector en la sección B, después del fallo de la sección A, para la disposición de la sobrecarga que produce el momento máximo en la sección A

$M_{A,el}$ valor absoluto del momento flector máximo en la sección A antes de su fallo, según la teoría elástica

$M_{B,el}$ valor absoluto del momento flector en la sección B antes del fallo de la sección A, según la teoría elástica, para la disposición de la sobrecarga que produce el momento máximo en la sección A

$M_{R,A}$ valor absoluto de la capacidad resistente de la sección A después de su fallo

Formalmente, la relación (13) es independiente del comportamiento de la sección de apoyo, A. Sin embargo, el valor numérico del momento flector en B después del fallo de la sección A depende fuertemente de este comportamiento. En el caso de un comportamiento dúctil, la sección A sigue activa después de su fallo, mientras que, en caso de un comportamiento frágil, A es inactiva después de su fallo y el término $M_{R,A}$ equivale a cero. Conociendo la sollicitación de la sección B después del fallo de la sección A, la FL (2) para la rotura por flexión de la sección de vano, dada la rotura de la sección A, se expresa en los siguientes términos

$$G_{BM1AM} = 0,4 \cdot \left(\frac{-1}{m_N} \cdot N_{Aa,inf} \cdot b_{Aa,inf} + N_{Aa,sup} \cdot b_{Aa,sup} + N_{As} \cdot b_{As} + M_{Aa,w} \right) + \left(N_{Ba,inf} \cdot b_{Ba,inf} + N_{Ba,sup} \cdot b_{Ba,sup} + N_{Bs} \cdot b_{Bs} + N_{Bc} \cdot b_{Bc} + M_{Ba,w} \right) - 0,4 \cdot \left(M_{Aa} + M_{Ac} + M_{Ap} + M_{Aq} \right) - \left(M_{Ba} + M_{Bc} + M_{Bp} + M_{Bq} \right) = 0 \quad (14)$$

M_{Bi} valor absoluto del momento flector en la sección de vano, B , debido a peso propio del acero ($i = a$), peso propio del hormigón ($i = c$), cargas permanentes ($i = p$), cargas del tráfico ($i = q$)

$N_{Ba,inf}$ fuerza en el ala traccionada de la sección B, correspondiente al momento último, M_{ult}

$N_{Ba,sup}$ fuerza en el ala comprimida de la sección B, correspondiente al momento último, M_{ult}

N_{Bs} fuerza de compresión en la armadura longitudinal de la sección B, correspondiente al momento último, M_{ult}

N_{Bc} fuerza de compresión en la losa de hormigón de la sección B, correspondiente al momento último, M_{ult}

$M_{Ba,w}$ contribución de las almas al momento último de la sección B, M_{ult}

$b_{Ba,inf}$, $b_{Ba,sup}$, b_{Bp} , b_{Bc} brazos de palanca

De manera análoga se pueden deducir las FL para la rotura por flexión de la sección de vano G_{BM} , y la rotura por flexión de la sección de apoyo intermedio, dado el fallo de la sección de vano, G_{AM1BM} . En el presente texto se renuncia a representar las FL correspondientes.

3.3. Características de las variables

3.3.1. Generalidades

En el presente apartado se reflejan las características probabilistas de las variables introducidas en las distintas FL según 3.2. Los parámetros que se supone que estén detrás de las reglas de las normas empleadas, [IAP 1997] y [RPX-95 1996], respectivamente para las acciones en puentes de carretera y el dimensionamiento de puentes mixtos, se pueden tomar directamente o deducir de la literatura especializada [Bailey 1996], [Schneider 1992], [Sobrinó 1994] y [Tanner 1998]. Los parámetros se representan por separado, respectivamente para las variables básicas de acciones y de resistencia. En los casos en los que se trata de variables definidas por la suma o el producto de dos o más variables básicas, su valor medio y su coeficiente de variación se determinan sobre la base de los axiomas de Kolmogoroff (1933).

3.3.2. Acciones

Las incertidumbres asociadas con las acciones permanentes se deben a diferentes motivos, particularmente su variación estadística, errores de estimación e imprecisiones de los modelos. La importancia relativa de estas tres fuentes de error es aproximadamente del mismo orden de magnitud. La incertidumbre varía en función del tipo de la acción permanente. La [tabla 1](#) contiene los parámetros de las variables para diferentes acciones permanentes. Como función de distribución se adopta la normal en todos los casos.

Como única acción variable se contempla, en el marco del presente trabajo, la acción del tráfico rodado. Debido a que el tráfico varía de un sitio a otro y a lo largo del tiempo, las incertidumbres son relativamente grandes en comparación con otras acciones variables. El efecto total de las acciones del tráfico es una combinación de los efectos estático y dinámico. Las incertidumbres asociadas con ambos pueden tener su origen también en la variación estadística, errores de estimación e imprecisiones de los modelos. La [tabla 1](#) refleja los parámetros adoptados en el marco del presente estudio. Estos parámetros podrían cambiar considerablemente, considerando por

ejemplo un determinado tipo de tráfico. No obstante, los resultados del presente estudio se emplean a efectos comparativos (estimación de la influencia del comportamiento estructural, dúctil o frágil, en la fiabilidad de un puente), por lo que no es necesario establecer las acciones del tráfico con más detalle.

Tabla 1
PARÁMETROS DE LAS VARIABLES PARA ACCIONES

Acción	Distribución	Sesgo μ_X/X_{nom}	Coefficiente de variación σ_X/μ_X
Acero estructural	N	1,01	0,03
Hormigón <i>in situ</i>	N	1,07	0,1
Cargas permanentes	N	1,2	0,25
Tráfico	Gumbel	0,88	0,125

μ_x valor medio de la variable X
 s_x desviación típica de la variable X
 X_{nom} valor nominal de la variable X

Tabla 2
PARÁMETROS DE LAS VARIABLES PARA LA RESISTENCIA

Variable	Notación	Distribución	Sesgo μ_X/X_{nom}	Coefficiente de variación σ_X/μ_X
Elementos de acero				
Límite elástico acero	f_y	LN	1,25	0,08
Área acero	A_a	N	1,02	0,01
Brazo acero estructural	b_a	N	1,02	0,01
Módulo elástico/plástico	W_a	N	1,02	0,01
Modelo compresión	m_N	N	0,97	0,056
Elementos de hormigón				
Límite elást. acero armar	f_s	LN	1,25	0,08
Resistencia hormigón	f_c	LN	1,28	0,11
Área armadura	A_s	N	1,0	0,04
Área hormigón	A_c	N	1,07	0,1
Brazo armadura	b_s	N	1,0	0,1
Brazo hormigón	b_c	N	1,0	0,1
Coefficiente transmisión	α	N	1,05	0,0225

μ_X valor medio de la variable X
 σ_X desviación típica de la variable X
 X_{nom} valor nominal de la variable X

3.3.3. Resistencia

Las incertidumbres asociadas con los modelos de resistencia estructural pueden representarse a través del sesgo y del coeficiente de variación de sus variables básicas (Tabla 2). Éstas representan, por regla general, las características de los materiales (límite elástico, etc.), la geometría del elemento y la incertidumbre del mode-

lo. Como tendencia, la resistencia tiene una distribución lognormal, ya que se representa como producto de diferentes variables. Además, una resistencia negativa no se puede producir.

Según los valores indicados en la [tabla 2](#), la incertidumbre debida a la variación de las características de los materiales suele ser superior a la debida a las dimensiones estructurales. La variación de las características de los materiales se puede determinar relativamente fácilmente, y a un coste relativamente bajo, en ensayos de laboratorio. No obstante, en el caso del hormigón, es necesario tener en cuenta un coeficiente de transmisión, α , que representa la relación entre la resistencia del hormigón de la estructura y la determinada en ensayos normalizados. También este coeficiente está sometido a una variación, por lo que se introduce como variable. La variación de la resistencia de los materiales se representa a través de una distribución del tipo lognormal, mientras que la incertidumbre debida a la variación de las dimensiones se representa mediante una distribución normal.

En el desarrollo de un modelo de resistencia se desprecian, consciente o inconscientemente, ciertas influencias. Por este motivo, ciertas desviaciones entre el análisis y los ensayos experimentales resultan inevitables. A estos efectos se introduce una variable de modelo, que se obtiene al dividir los resultados experimentales entre los resultados obtenidos mediante el modelo de resistencia correspondiente. A partir de un determinado número de resultados, se deduce un histograma para la variable del modelo. También se pueden determinar un valor medio y una desviación típica y, finalmente, una distribución estadística adecuada. En el marco del presente estudio se ha introducido una variable de modelo para la resistencia de alas rigidizadas comprimidas, m_N . Se ha definido de manera inversa a la definición habitual, como el cociente entre los resultados obtenidos mediante el modelo y los resultados experimentales [Tanner 1997].

3.4. Ejemplo

3.4.1. Introducción

En el presente apartado se desarrolla un ejemplo numérico cuyo primer objetivo consiste en poner de manifiesto la importancia del comportamiento de las secciones transversales —dúctil o frágil— en la probabilidad de fallo de un sistema. Para el desarrollo del ejemplo se emplean los métodos probabilistas descritos en el apartado 2. Los modelos probabilistas para las variables se basan en la información de las [tablas 1 y 2](#). El estudio se efectúa para un puente de carretera de dos vanos iguales, por lo que se emplean las FL deducidas en la sección 3.2. Concretamente, la definición de la estructura analizada se basa en las siguientes hipótesis:

- Puente mixto de carretera con un ancho de tablero de 15 m.
- Viga continua de dos vanos (40 + 40 m), sección de tipo cajón con canto constante (canto total: $h = 2.100$ mm).
- Dimensionamiento de la estructura según las normas españolas para las acciones [IAP 1997] y para la resistencia [RPX-95 1996], aplicando el método E/EP de [RPX-95 1996] (cálculo elástico de los esfuerzos y análisis elastoplástico de la resistencia).
- Las solicitaciones se determinan considerando el peso propio de la estructura portante, las cargas permanentes y las cargas del tráfico de carretera.

3.4.2. Sistema con un comportamiento frágil

Dimensionamiento

El primer paso consiste en el dimensionamiento de las secciones de apoyo intermedio (A), de vano en $x=0,6l$ (B), y de apoyo lateral (C) (véase [Fig. 4](#)) según las normas españolas. Dado que un dimensionamiento conservador influye de manera importante en la probabilidad de fallo, éste se lleva a cabo para el estado final, sin tener en cuenta el proceso constructivo, de manera que resulte exactamente $E_d = R_d$ (siendo E_d y R_d los valores de cálculo de la solicitación y de la resistencia, respectivamente). Por este motivo, las dimensiones obtenidas, por ejemplo para los espesores de chapa, son teóricas. Además, la estructura se concibe de forma que el comportamiento de la sección A sea frágil y el de la sección B dúctil ([Fig. 1](#)).

Estimación de la probabilidad de fallo

En un segundo paso, se determinan las probabilidades de fallo relativas a los mecanismos de colapso inducidos por momentos flectores. A estos efectos, se introducen las correspondientes FL, desarrolladas en 3.2, así como las características probabilistas de sus variables en un programa de ordenador [VaP 1997] que permite determinar las probabilidades de fallo según distintos métodos (2.1). Los resultados están reflejados en la figura 7. Combinando estas probabilidades de fallo según las reglas conservadoras indicadas en la sección 2.3 (asumiendo independencia estadística entre elementos en serie y correlación total entre elementos en paralelo de un subsistema), se obtiene la probabilidad de fallo del sistema frágil debida a los mecanismos de colapso por flexión, $P_{f,M,frágil}$

$$P_{f,M,frágil} \cong 2 \cdot [p_f(A_M) + p_f(B_M)] = 2 \cdot [5,1 \cdot 10^{-13} + 5,6 \cdot 10^{-19}] = 1,02 \cdot 10^{-12} \quad (15)$$

3.4.3. Sistema con un comportamiento dúctil

Conversión en un sistema dúctil

Un comportamiento frágil de una sección en cajón se observa en los casos en los que ésta alcanza su resistencia última por la rotura del ala rigidizada comprimida [Tanner 1998]. Un comportamiento dúctil, al contrario, puede ser garantizado si la rotura se produce en el ala traccionada. Consecuentemente, para convertir el sistema frágil en un sistema dúctil existen básicamente dos posibilidades cuyo objetivo es el mismo, provocar una rotura por tracción. Bien se incrementa la resistencia del ala comprimida, bien se reduce la resistencia del ala traccionada. En el presente caso se opta por la segunda de las dos posibilidades. Para reducir la resistencia del ala traccionada se disminuye su sección de acero estructural —de ahí el título de la contribución— hasta que se obtenga un comportamiento dúctil de la sección. Esta reducción no solamente conlleva un cambio en el comportamiento de la sección, también se reduce su resistencia última (Fig. 6). Con una resistencia última del 75% de la resistencia última de la sección frágil, la sección dúctil ya no cumple los criterios de seguridad según las normas en vigor, [IAP 1997] y [RPX-95 1996]. Además, el cambio de las rigideces relativas conduce a una redistribución de los momentos flectores de la sección de apoyo A hacia el vano, de modo que la sección B en el sistema dúctil tampoco cumple los criterios de seguridad.

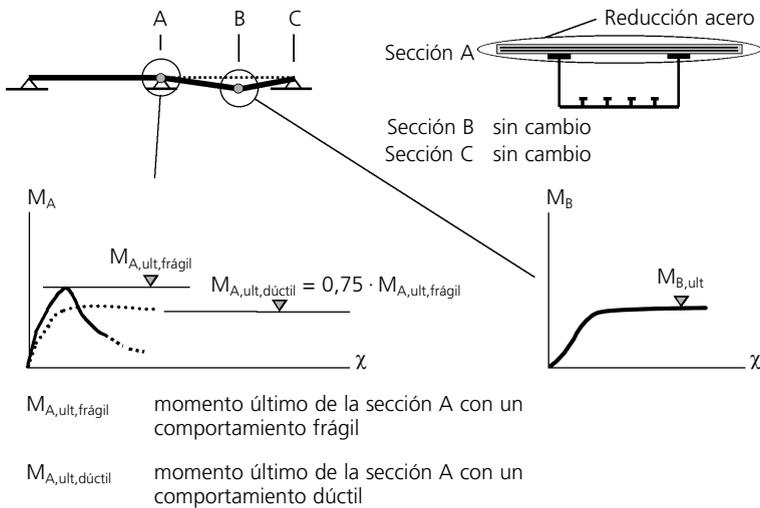


Fig. 6. Conversión del sistema frágil en un sistema dúctil reduciendo acero

Estimación de la probabilidad de fallo

En analogía con el caso del sistema frágil, se determinan las probabilidades de fallo relativas a los mecanismos de colapso inducidos por momentos flectores. Formalmente, las FL son las mismas (véase 3.2). La diferencia fundamental entre ambos sistemas, frágil y dúctil, consiste en que en el sistema dúctil la sección A sigue activa después del alcance de su resistencia última, con el subsiguiente cambio del sistema estático. Los resultados obtenidos mediante el programa [VaP 1997] están reflejados en la [figura 7](#). A partir de estos valores, se deduce la probabilidad de fallo del sistema dúctil debida a los mecanismos de colapso por flexión, $P_{f,M,dúctil}$

$$P_{f,M,dúctil} \cong 2 \cdot \left[p_f(A_M) + p_f(B_M) \right] = 2 \cdot \left[5,8 \cdot 10^{-16} + 2,2 \cdot 10^{-14} \right] = 4,4 \cdot 10^{-14} \quad (16)$$

3.4.4. Observaciones finales

En el ejemplo desarrollado, la probabilidad de fallo del sistema dúctil corresponde a tan sólo el 4% de la probabilidad de fallo del sistema frágil. Eso a pesar de que la resistencia última de la sección A en el sistema dúctil sólo alcanza el 75% de la resistencia última de la misma sección en el sistema frágil, y a pesar de que en el sistema dúctil ni la sección de apoyo ni la sección de vano cumplen los criterios de seguridad de la normativa en vigor. Teniendo en cuenta el carácter progresivo del colapso de un sistema frágil, este resultado es comprensible (apartado 1).

Por los motivos mencionados en apartados anteriores, el análisis se ha centrado en los modos de fallo por flexión. Sin embargo, resulta interesante observar que en ambos casos, en el sistema frágil y en el sistema dúctil, el modo de fallo dominante corresponde a la rotura por cortante de la sección A. También el modo de fallo iniciado por la rotura por cortante de la sección C contribuye considerablemente a la probabilidad de fallo del sistema. Eso particularmente en el caso del sistema dúctil debido a la redistribución de los esfuerzos (también de los esfuerzos cortantes) que tiene su origen en la reducción de la resistencia de la sección de apoyo intermedio.

3.5. Conclusiones

El ejemplo analizado en la sección anterior pone claramente de manifiesto una tendencia, la influencia positiva de un comportamiento dúctil en la fiabilidad de un sistema. A pesar de que los resultados de un único ejemplo se deben interpretar con cautela, el análisis presentado permite extraer algunas conclusiones:

- La probabilidad de fallo de un sistema depende de un gran número de parámetros, e.g. de los modos de fallo contemplados, de los modelos probabilistas adoptados para las variables básicas, del método de análisis probabilista empleado, etc. Por este motivo, la probabilidad de fallo en general, y particularmente la probabilidad de fallo de un sistema, se debería entender como un valor estimado, relacionado con determinadas hipótesis. Valores numéricos de la probabilidad de fallo no se deben interpretar en un sentido absoluto, sino en términos comparativos.
- La probabilidad de fallo de sistemas frágiles es muy superior a la probabilidad de fallo de sistemas análogos, pero con un comportamiento dúctil. Por este motivo, los modelos semiprobabilistas, empleados en el dimensionamiento de puentes mixtos (véase 2.2.2), no deberían ser los mismos para sistemas frágiles y dúctiles, respectivamente.
- El sistema de clases que introducen las normas y recomendaciones actuales de dimensionamiento de puentes mixtos [RPX-95 1996] y [ENV 1994-2 1997], para caracterizar la ductilidad de las secciones transversales no representa adecuadamente el comportamiento estructural (según este sistema de clasificación, el modo de fallo del sistema según 3.4.3 sería potencialmente frágil). Por este motivo, el citado sistema de clases no permite evitar que se proyecten y construyan estructuras frágiles. Un enfoque distinto es necesario que permita predecir el modo de fallo de una estructura.

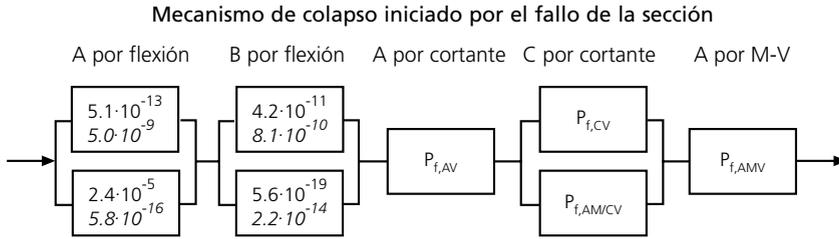


Fig. 7. Probabilidades de fallo para los mecanismos de rotura por flexión (letra normal: sistema frágil; letra cursiva: sistema dúctil)

4. Esbozo de un método para el dimensionamiento de puentes mixtos

4.1. Principios

La referencia [Tanner 1998] presenta un método, basado en deformaciones unitarias, que permite establecer el comportamiento de cualquier sección mixta en términos de su diagrama momento-curvatura. A través de este diagrama, no sólo se puede determinar la resistencia última de la sección. También permite evaluar de manera suficientemente aproximada su ductilidad, y por ello proyectar estructuras con un comportamiento dúctil. Por otro lado, debido a que el nivel requerido de redistribuciones de los momentos flectores en puentes mixtos es, normalmente, relativamente pequeño, los efectos de las acciones se pueden determinar con buena precisión según la teoría elástica. La verificación de la seguridad estructural se efectúa para las secciones transversales, comparando los efectos de las acciones así determinados con la resistencia correspondiente, deducida del diagrama momento-curvatura (en caso de que se compruebe la resistencia a flexión). Igual que en los métodos actuales, los efectos de las acciones y la resistencia se pueden tratar de manera independiente. Además, no es necesario efectuar una clasificación previa de las secciones transversales.

4.2. Formato de seguridad

Los modelos semiprobabilistas según las normas actualmente en vigor se han establecido y calibrado con el fin de comprobar la seguridad estructural a nivel de las secciones transversales, verificando una condición del tipo de la ecuación (6). Consecuentemente, estos modelos no se pueden aplicar directamente a los sistemas en los que se producen redistribuciones de los esfuerzos: no tienen en cuenta la correlación entre las variables estocásticas que representan respectivamente los efectos de las acciones y la respuesta estructural. Esta correlación se debe a la dispersión de las características de los materiales que a su vez conduce a una dispersión en la redistribución de los esfuerzos.

A pesar de la inconsistencia mencionada, en el caso del método de cálculo propuesto, E-EP, no es necesario introducir un nuevo concepto de seguridad. Formalmente, la verificación de la seguridad estructural se efectúa para las secciones transversales según una condición del tipo (6), introduciendo los efectos de las acciones determinados según la teoría elástica, y la resistencia correspondiente que, en el caso de los momentos flectores, se deduce de los diagramas momento-curvatura establecidos para las secciones consideradas. Debido a que la probabilidad de fallo de un sistema dúctil es menor que la probabilidad de fallo de un sistema equivalente con un comportamiento frágil, se proponen dos conjuntos de coeficientes parciales, debidamente calibrados en función del modo de fallo de la estructura. La diferencia fundamental en comparación con las normas actuales reside por tanto en la posibilidad de tener en cuenta los beneficios de un comportamiento dúctil de una estructura.

La calibración de los modelos de carga y de resistencia en función del modo de fallo de un puente se debe llevar a cabo aplicando métodos probabilistas de cálculo. Además, en los análisis probabilista se debe tener en cuenta la influencia de la dispersión de la resistencia en la redistribución de los esfuerzos. La referencia

[Tanner 1998] contiene una propuesta para un procedimiento de calibración. El objetivo consiste en que la aplicación de los modelos calibrados según dicho procedimiento conduzca a un nivel uniforme de fiabilidad estructural. En este contexto, ineludiblemente se debe abordar la cuestión fundamental *¿qué es suficientemente seguro?* Para ello existen distintos enfoques [Vrouwenvelder 2001], todos ellos lastrados con importantes contradicciones inherentes. La clave para la definición de la fiabilidad requerida reside por este motivo en la *calibración con estructuras potencialmente frágiles* [Tanner 1998], fijando la fiabilidad requerida en el nivel implícitamente aceptado por las normas actuales para los puentes potencialmente frágiles.

5. Conclusiones

El modo de fallo, dúctil o frágil, tiene una influencia importante en la fiabilidad de un sistema hiperestático. La probabilidad de fallo de una estructura frágil supera ampliamente la probabilidad de fallo de una estructura análoga, pero con un comportamiento dúctil. No obstante, al emplear coeficientes parciales independientes del modo de fallo, los modelos actuales para el dimensionamiento de los puentes mixtos no tienen en cuenta este parámetro importante. El empleo de un método de cálculo basado en deformaciones unitarias, garantizando un comportamiento dúctil, conduce por ello a un dimensionamiento conservador en comparación con los métodos tradicionales que admiten comportamientos frágiles. Por este motivo, y manteniendo el concepto semiprobabilista de las normas actuales para la verificación de la seguridad estructural, se ha propuesto la calibración de un conjunto de coeficientes parciales para las acciones y la resistencia, menos conservadores que los actuales, para los casos en los que se garantice un comportamiento dúctil.

El empleo de estos modelos menos conservadores a efectos de la verificación de la seguridad estructural, necesariamente conduce a estructuras más deformables que las dimensionadas según las reglas actuales. Por este motivo, los trabajos futuros no solamente deben abarcar la calibración de coeficientes parciales para un conjunto representativo de puentes. También es necesario investigar las consecuencias que la aplicación de estos modelos podría tener sobre el comportamiento en servicio de las estructuras así dimensionadas, incluido el comportamiento frente a la fatiga.

Referencias

- [Bailey 1996] BAILEY, S.F. Basic principles and load models for the structural safety evaluation of existing road bridges. Lausanne, Swiss Federal Institute of Technology, 1996. (Thesis nº 1467)
- [ENV 1993-2 1997] ENV 1993-2. Design of steel structures. Part 2: Steel bridges. European Committee for Standardisation, Brussels, October 1997.
- [ENV 1994-2 1997] ENV 1994-2. Design of composite steel and concrete structures. Part 2: Composite bridges. European Committee for Standardisation, Brussels, December 1997.
- [Hasofer 1974] HASOFER, A.M. and LIND, N.C. Exact and Invariant second moment code format. Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE, Vol. 100, 1974, pp. 111-121.
- [IAP 1997] IAP. Actions on road bridges. Ministry of public works, Madrid, 1997. (in Spanish)
- [Madsen 1985] MADSEN, H.O. First order vs. second order reliability analysis of series structures. Structural Safety 2, 1985, pp. 207-214.
- [Melchers 1987] MELCHERS, R.E. Structural reliability – Analysis and prediction. Ellis Horwood Series in Civil Engineering, Ellis Horwood Ltd., Chichester, 1987. ISBN 0-85312-930-4.
- [RPM-95 1996] RPM-95. Recommendations for the design of steel bridges. Ministry of public works, Madrid, 1996. (available in Spanish and English)
- [RPX-95 1996] RPX-95. Recommendations for the design of composite bridges. Ministry of public works, Madrid, 1996. (available in Spanish and English)

- [Schneider 1992] SCHNEIDER, J. Some thoughts on the reliability assessment of existing structures. *Structural Engineering International*, Zürich, Volume 2, nº 1, 1992. pp. 13-18.
- [Schuëller 1987] SCHUËLLER, G.I. and STIX, R. A critical appraisal of methods to determine failure probabilities. *Structural Safety* 4, Elsevier, 1987, pp. 293-309.
- [Schuëller 1989] SCHUËLLER, G.I., BUCHER, C.G., BOURGOND, U. and OUYPORNPRASERT, W. On efficient computational schemes to calculate structural failure probabilities. *Probabilistic Engineering Mechanics*, vol. 4, nº 1, 1989, pp. 10-18.
- [Sobrinó 1994] SOBRINO, J.A. et.al. Structural evaluation of existing concrete bridges. Assessment and strengthening of a prestressed concrete box-girder bridge. In: *Bridge Assessment, Management and Design* (Barr, Evans, Harding, Eds.), Amsterdam, Elsevier Publishing Company, 1994. ISBN 0-444-82063-9.
- [Tanner 1997] TANNER, P. and BELLOD, J.L. Composite bridges: Ductility versus Brittleness. In: *Composite construction – Conventional and innovative*. Editor – Publisher: International Association for Bridge and Structural Engineering, IABSE, Zürich, 1997. ISBN 3-85748-092-4.
- [Tanner 1998] TANNER, P. Strain oriented design of steel and composite bridges. Oslo, Norwegian Steel Association, 1998. ISBN 82-91466-02-5.
- [VaP 1997] VaP. Computer Program VaP (Variables Processor) 1.6 for Windows, Zürich, IBK – Swiss Federal Institute of Technology, 1997.
- [Vrouwenvelder 2001] VROUWENVELDER, T., LOVEGROVE, R., HOLICKY, M., TANNER, P. and CANISIUS, G. Risk assessment and risk communication in civil engineering. In: *Safety, Risk and Reliability – Trends in engineering*. Editor – Publisher: International Association for Bridge and Structural Engineering, IABSE, Zürich, 2001. ISBN 3-85748-102-4.